

Übungen Personenversicherungsmathematik

Übungszettel 9, 12. Jänner 2005

WS 2004/05, Univ.Ass. Reinhold Kainhofer

10 Duration, Zinsen, Zinsstruktur

- Beispiel 45)** (a) Bestimme die Duration einer ewigen Rente, sowie
(b) die Duration einer steigenden Zeitrente auf 5 Jahre.
- Beispiel 46)** (a) Die Tageszinsen für 1 und 2 Jahre betragen $s_1 = 6.3\%$ und $s_2 = 6.9\%$. Bestimme die Terminzinsen $f_{1,2}$.
(b) Die (jährliche) Tageszinssatzkurve beträgt $s = (5.0, 5.3, 5.6, 5.8, 6.0, 6.1)$. Bestimme die Tageszinssatzkurve für nächstes Jahr!
- Beispiel 47)** (Konstruktion einer Null-Coupon Anleihe) Betrachte zwei 5-jährige Anleihen: Eine mit 9% Coupon, die um 101.00 gehandelt wird, und eine mit 7% Coupon, die um 93.20 gehandelt wird. Bestimme den Preis einer 5-jährigen Null-Coupon Anleihe!
- Beispiel 48)** Wenn die Kurve der Tageszinsen konstant $s(k) = r \forall k$ ist, zeige, dass auch alle Terminzinssätze gleich r sind!
- Beispiel 49)** Sei $s(t)$, $0 \leq t \leq \infty$, die Kurve der Spot rates. D.h. der Barwert einer zur Zeit t erhaltenen Geldeinheit ist $e^{-s(t)}$. Für $t_1 < t_2$ sei $f(t_1, t_2)$ der Terminzinssatz zwischen t_1 und t_2 , der durch die Kurve impliziert wird.
- (a) Finde einen Ausdruck für $f(t_1, t_2)$.
- (b) Sei $r(t) = \lim_{t_2 \rightarrow t} f(t, t_2)$. Diese Größe $r(t)$ wird dann als momentane Zinsrate zur Zeit t bezeichnet. Zeige dass $r(t) = s(t) + s'(t)t$.
- (c) Es sei ein Betrag x_0 zu $t = 0$ auf ein Bankkonto gelegt, welches die momentane Zinsrate $r(t)$ zu jedem Zeitpunkt t bezahlt. Dann erfüllt der Guthabensstand $x(t)$ am Konto die Beziehung $dx(t)/dt = r(t)x(t)$. Finde einen Ausdruck für $x(t)$. Hinweis: Benutze die Produktregel der Differentialrechnung.