

AKVFM Zinsstruktur- und Kreditrisikomodelle

Übungsbeispiele zu Zinsderivaten

R. Kainhofer, Inst. f. Wirtschaftsmathematik, FAM, TU Wien

WS 2005/06

Bei vielen dieser Beispiele empfiehlt sich die Benutzung eines Computers (Tabellenkalkulation o.ä.)!

6 Zinssensitivität

Beispiel 24) Betrachte die Sensitivität S_k des Barwertes P_k zur Zeit k gegenüber einer Parallelverschiebung der Kurzfristzinsen $r_k \mapsto r_k + \lambda$. D.h. bestimme $S_k = \left. \frac{dP_k}{d\lambda} \right|_{\lambda=0}$.

Hinweis: Benutze die rekursive Barwertberechnung, um eine rekursive Formel für S_k zu bestimmen.

7 Binomialmodell

Beispiel 25) Konstruiere ein Gitter für die jährlichen Kurzfristzinsen für Zeiten 0 bis 9 mit $r_0 = 6\%$ zum Zeitpunkt 0. In jedem Zeitpunkt ändere sich der Zins um den Faktor $u = 1.2$ oder $d = 0.9$ mit risiko-neutralen Wahrscheinlichkeiten $q = 0.5$. Mit diesem Gitter bewerte eine 10-jährige 6%-Anleihe.

Beispiel 26) Bestimme mittels der Vorwärtsgleichung die momentane Zinskurve nach dem letzten Beispiel.

Beispiel 27) Bestimme mit dem Binomialgitter aus Bsp. 25 alle Preise der elementaren Wertpapiere!

Beispiel 28) Bestimme mittels des Binomialgitters aus Bsp. 25 den Wert einer 7-jährigen Anleihe mit jährlichen Kupons von 5%.

8 Nivellieren

Beispiel 29) Betrachte ein Darlehen der Höhe 1.000.000 € auf $T = 7$ Jahre. Wenn der Kreditzins konstant 8% beträgt und das Darlehen in 7 (nachsüssigen) Raten zurückbezahlt werden soll, bestimme den Wert dieses Vertrages, wenn sich der momentane Zins wie in Bsp. 25 entwickelt.

Beispiel 30) Betrachte wieder das Darlehen aus Bsp. 29. Der Zinssatz für den Kredit im Intervall $[t, t+1)$ am Knoten (t, i) entwickle sich nach dem Binomialmodell für $r_{t,i}$ aus Beispiel 25 mit einem Zinszuschlag von $s = 2\%$. D.h. der Zins beträgt $\tilde{r}_{t,i} = r_{t,i} + s$. Der Tilgungsbetrag für jedes Zeitintervall soll so bestimmt werden, dass mit dem dann aktuellen Zinssatz das Darlehen genau innerhalb der gesamten 7 Jahre getilt ist.

- (a) Bestimme mittels Nivellierung die Höhe der Prämienzahlungen (jeweils auf denselben Betrag X) in allen Knoten.
- (b) Bestimme den Wert dieses Darlehensvertrages (und vergleiche das Ergebnis mit dem fest-verzinslichen Darlehen aus Bsp. 29).

9 Anpassung an die Zinsstruktur

Beispiel 31) Es seien die Parameter für das Ho-Lee Modell gegeben (in %):

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_k	4	4.2	4.3	4.3	4.25	4.2	4.1	3.95	3.8	3.63	3.45

sowie $b = 0.2$. Bestimme daraus das gesamte Gitter sowie den Wert einer der k -jährigen Nullkupon-Anleihen!

Beispiel 32) Es seien die Parameter für das Ho-Lee Modell gegeben (in %):

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_k	4	4.2	4.3	4.3	4.25	4.2	4.1	3.95	3.8	3.63	3.45

sowie $b_k = b = 0.2$. Bestimme daraus das gesamte Gitter sowie den Wert einer der k -jährigen Nullkupon-Anleihen!

Beispiel 33) Im allgemeinen Ho-Lee Modell seien die Volatilitätsparameter bekannt sowie die momentanen Zinsen (in %):

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
b_k	0.2	0.3	0.2	0.15	0.1	0.1	0.4	0.3	0.3	0.1	0.05
s_k	3	3.5	3.8	3.95	4.25	4.3	4.5	4.55	4.7	4.75	4.8

Bestimme daraus die Parameter a_k .

Beispiel 34) Mit den Werten aus Bsp. 33 bestimme die Parameter a_k nach dem Black-Derman-Toy Modell!