

A 3D surface plot with a blue-to-purple color gradient, showing a wavy surface that slopes downwards from left to right. The plot is contained within a white wireframe box.

Die Rentenversicherungssterbetafel AVÖ 2005R

Zusatzfolien mit näheren Erläuterungen

Präsentation bei der Finanzmarktaufsicht, Wien

10. April 2006



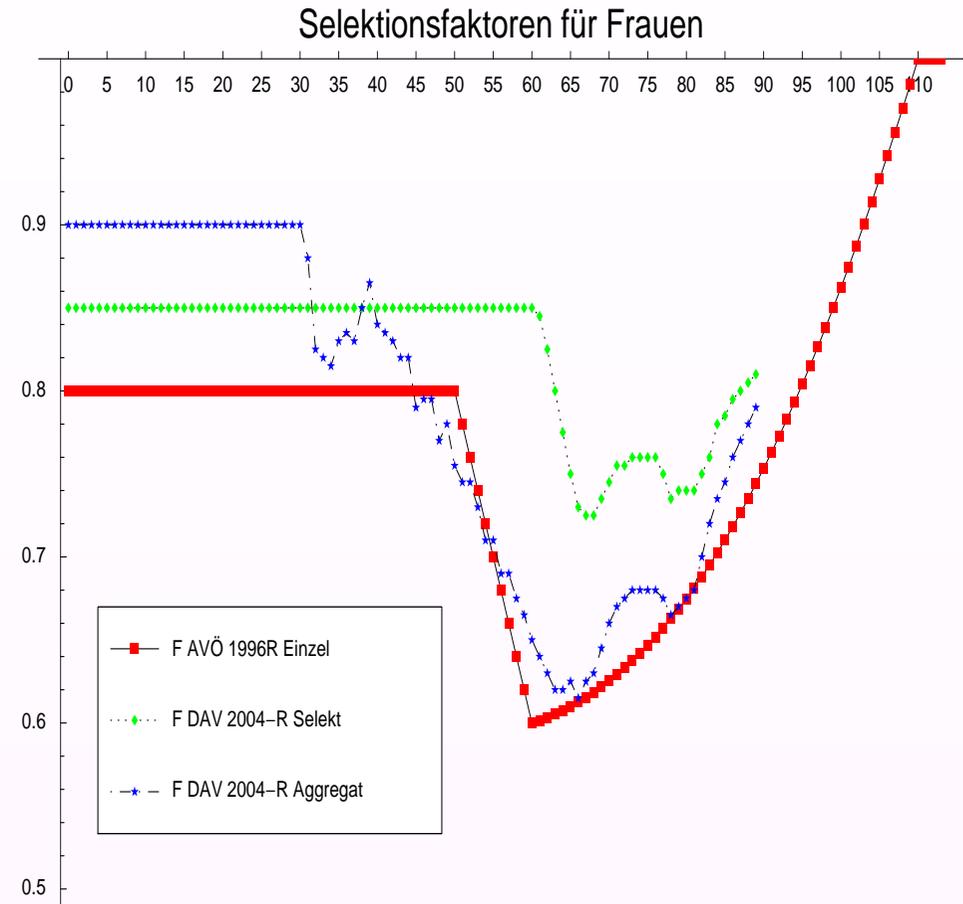
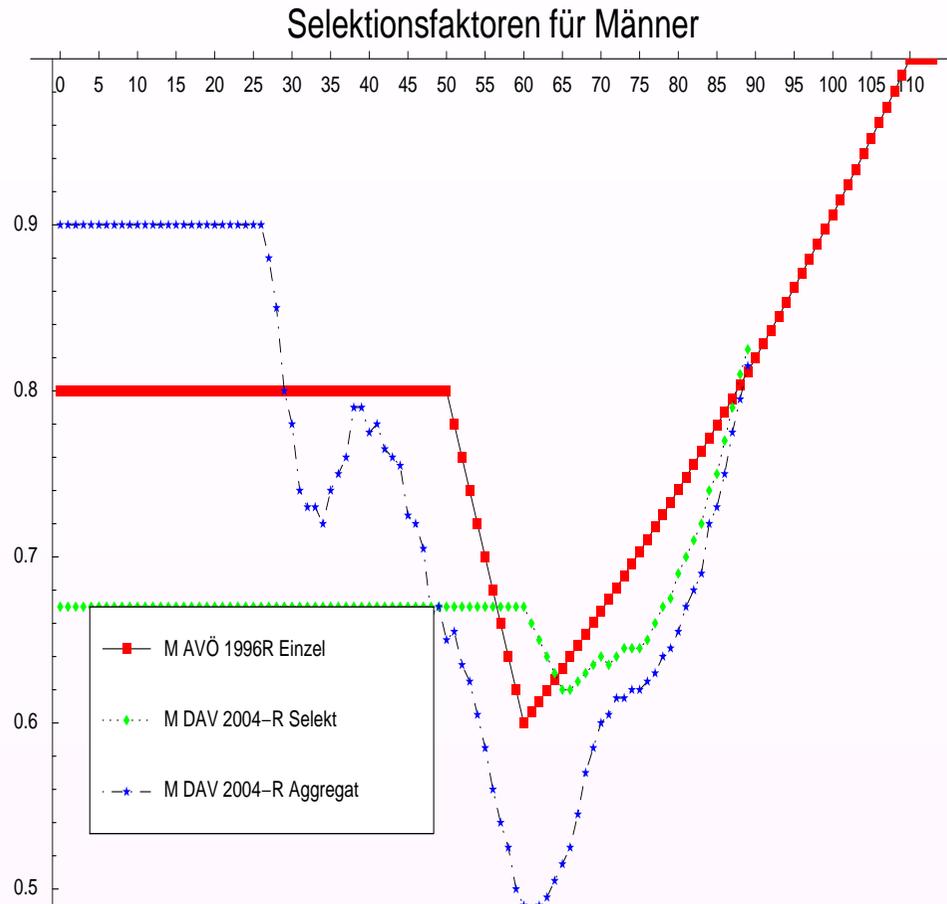
Reinhold Kainhofer

Institut f. Wirtschaftsmathematik, FG Finanz- und Versicherungsmathematik, TU Wien

reinhold@kainhofer.com

Selektion AVÖ 1996 im Vergleich mit DAV 2004-R

Daten nur aus Deutschland vorhanden, in Schweiz keine Untersuchungen



Die Selektionseffekte der AVÖ 1996R der Männer scheinen – im Gegensatz zu den Frauen – viel zu gering zu sein.

Allgemeine Formel der Selektionsfaktoren

- Orientierung an den deutschen Werten der Aggregattafel (beinhalten sowohl aufgeschobene Renten als auch Rentenbezug).
- Benutzten Werte liegen immer unter den deutschen (kleiner Sicherheitseffekt).

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & \text{für } x \leq c_1 \text{ (konstant)} \\ f_1 - (f_2 - f_1) \frac{x-c_1}{c_2-c_1} & \text{für } c_1 \leq x \leq c_2 \text{ (lineares Absinken)} \\ f_2 + (1 - f_2) \frac{(x-c_2)^2}{(c_3-c_2)^2} & \text{für } c_2 \leq x \leq c_3 \text{ (quadratisch bis 1)} \\ 1 & \text{für } c_3 \leq x \text{ (keine Selektion mehr),} \end{cases}$$

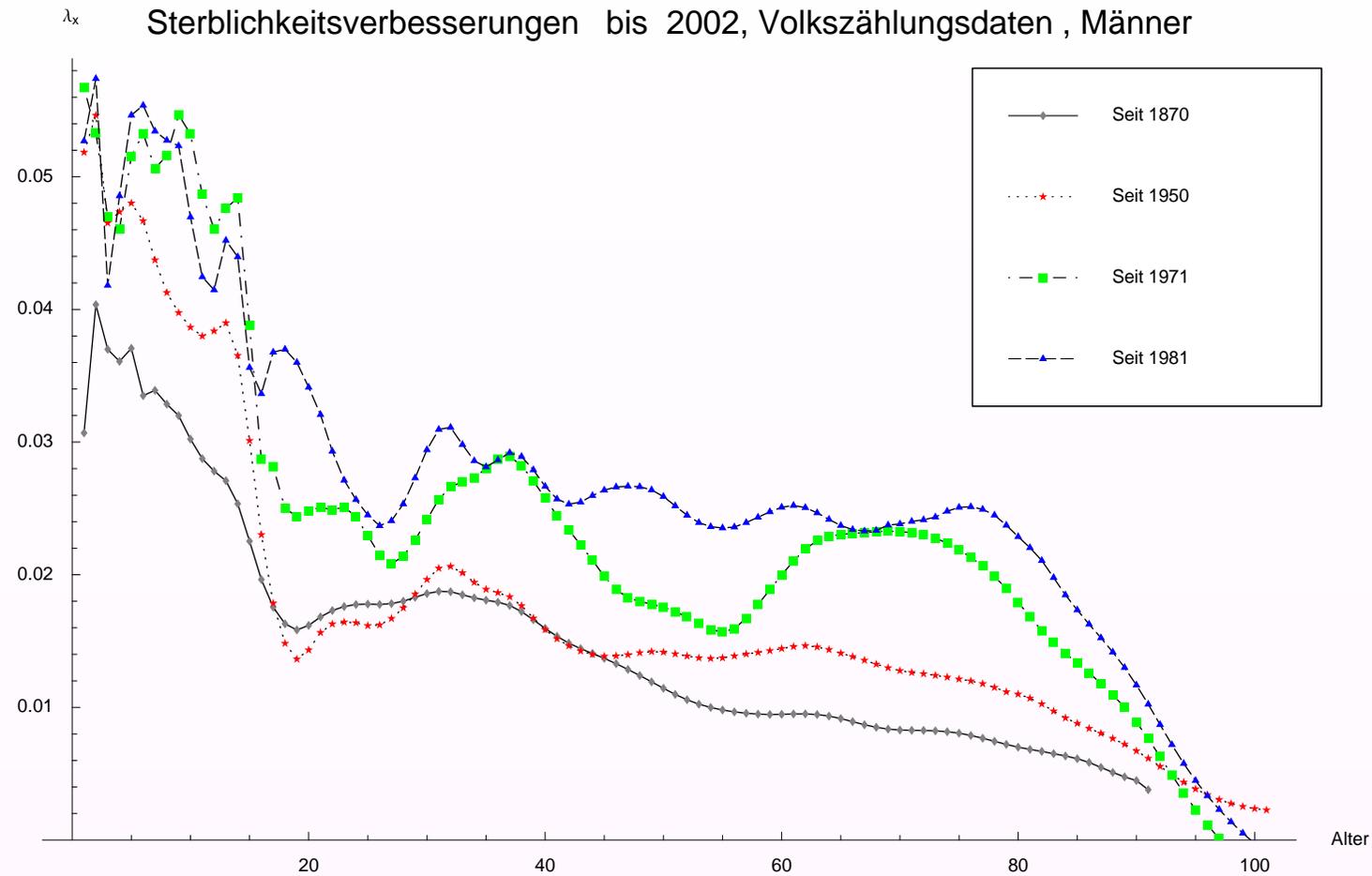
	f_1	c_1	f_2	c_2	c_3
Männer einzel	0.8	40 Jahre	0.51	60 Jahre	100 Jahre
Männer Gruppe	0.8	40 Jahre	0.61	60 Jahre	100 Jahre
Frauen einzel	0.8	40 Jahre	0.55	60 Jahre	100 Jahre
Frauen Gruppe	0.8	40 Jahre	0.6325	60 Jahre	100 Jahre
F nach DAV	0.85	40 Jahre	0.6	60 Jahre	100 Jahre

Weitere Bemerkungen zu den Selektionsfaktoren

- **Selektion der Frauen** deutlich geringer als bei M. Mögliche Gründe:
 1. Frauen haben schon eine **geringe Sterblichkeit**, daher keine starke Selektion mehr möglich.
 2. Die Selektion orientiert sich stark am Ehemann, da viele Paare eine Rentenversicherung gemeinsam abschließen. Der Einfluss der Frau ist daher nicht so stark. Dies kann (bzw. wird voraussichtlich) sich in der Zukunft ändern, weshalb für Frauen die Selektionseffekte **zusätzlich erhöht** werden.
- In D zwei Tafeln: Selektionstafel (nur für Bezugszeit), in den ersten 5 Jahren des Bezugs mit zusätzlichem Selektionseffekt ^a aufweist (daher scheinbar geringere Selektionsfaktoren), und Aggregattafel über den ganzen Bestand (Bezug und Aufschub) bestimmt. Letztere wurde für die AVÖ 2005R benutzt (Ansonsten würde für jedes Rentenbeginnalter eine eigene Tafel benötigt).

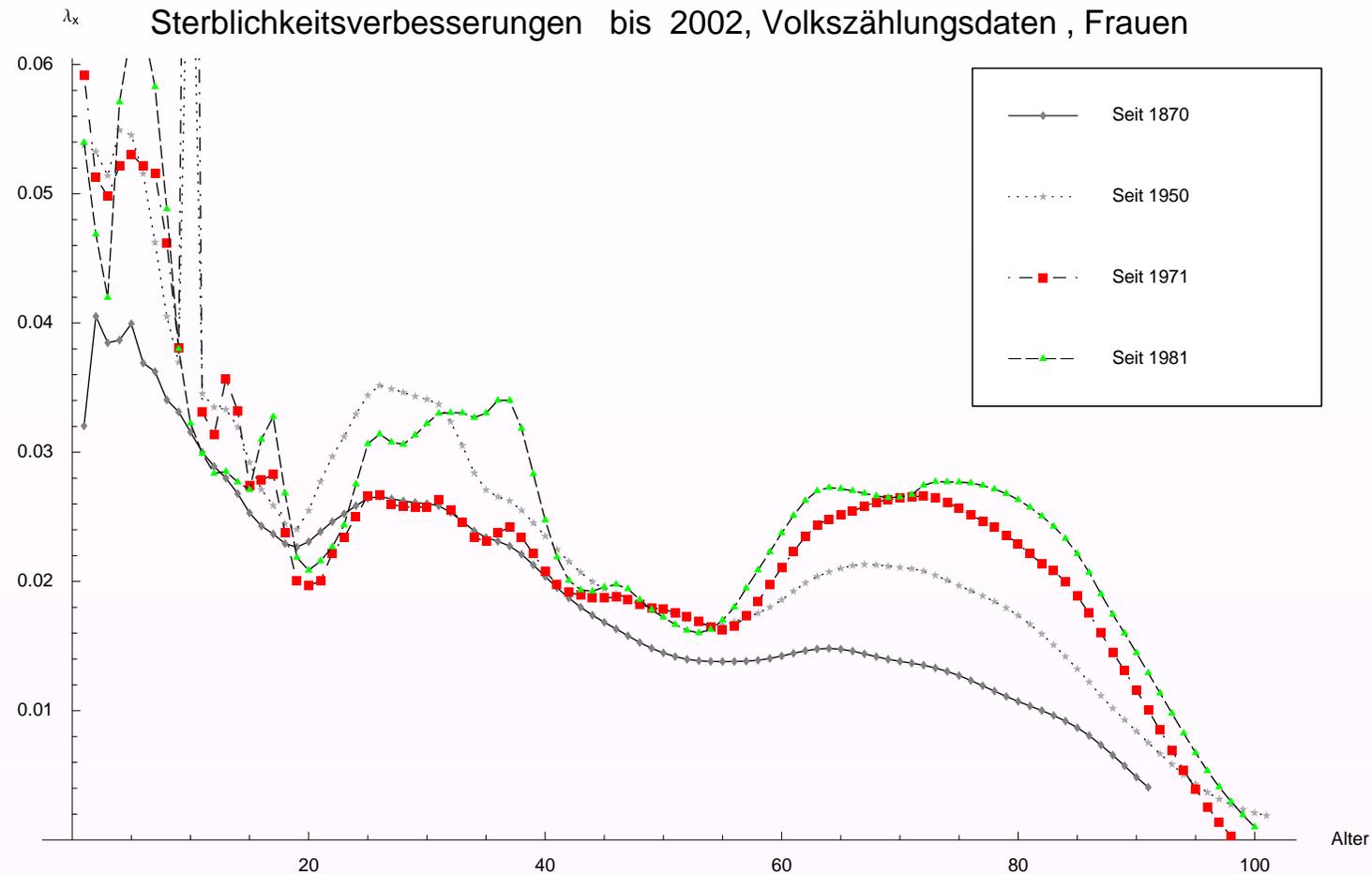
^aFaktor im 1. Jahr 0.67 (M) bzw. 0.71 (F), im 2.-5. Jahr 0.88 (M) und 0.80 (F)

Trendentwicklung (Volkszählungen), Männer



- "Mulde" bei 40-60 Jahren nur im Mittelfristtrend
- kein Trendrückgang

Trendentwicklung (Volkszählungen), Frauen



- "Mulde" bei 40-60 Jahren, entspricht fast Langzeittrend!
- starke Ausprägung des "Buckels" für hohe Alter!

Bemerkungen zu den Trendmodifikationen

- Gesamtbevölkerungstrend durch **Lee-Carter Zerlegung** aus Rohdaten

- **Rentenversicherte haben höheren Trend als Gesamtbevölkerung!:**

In **D**: Vergleich Arbeiter vs. Angestellte (gesetzliche Rentenversicherung): Zuschlag von 0.2% auf Trend der Gesamtbevölkerung.

In **CH** (Daten seit 1958): Männer doppelt so starke Verbesserung (z.B. $\lambda_{70}^{Bev} = 1.33\%$, $\lambda_{70}^{Rent} = 2.41\%$), Frauen nur 1.12 mal so stark.

AVÖ 2005-R: Bevölkerungstrend um 0.2% **additiv** nach oben verschoben (wie D). Unterschätzt tatsächlichen Effekt (nur soziale Selektion).

- **Keine Trendabschwächung** (keine Anzeichen, im Gegenteil) ^a
- **"Buckel" bei hohen Altern** um 5 Jahre hinausgeschoben (medizinischer Fortschritt, bessere Altenversorgung!)
- **"Mulde" in den Trends** \Rightarrow Sterblichkeit wäre irgendwann nicht mehr monoton, daher **lineare Interpolation** zwischen 21 und 75 (M) bzw. 18 und 70 Jahren (F). Großteil in Aufschubzeit, daher wenig Einfluss.

^aDie deutschen Tafeln lassen die Abschwächung auch als Sicherheitszuschlag weg.

Rohtrend seit 1972: Lee-Carter Methode

Rohdaten: **jährlich fortgeschriebene Sterbetafeln** bis 95 Jahre der Statistik Austria, 1972 bis 2002. (Daten seit 1947 vorhanden)

Bi-lineare Zerlegung der Sterbewahrscheinlichkeit in der Form:

$$\log q_x^{(t)} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_x^{(t)}$$

α_x ... allgemeine Form der Sterblichkeitskurve

κ_t ... Zeittrend, als Zeitreihe angesehen

β_x ... altersabhängiger Einfluss des Trends

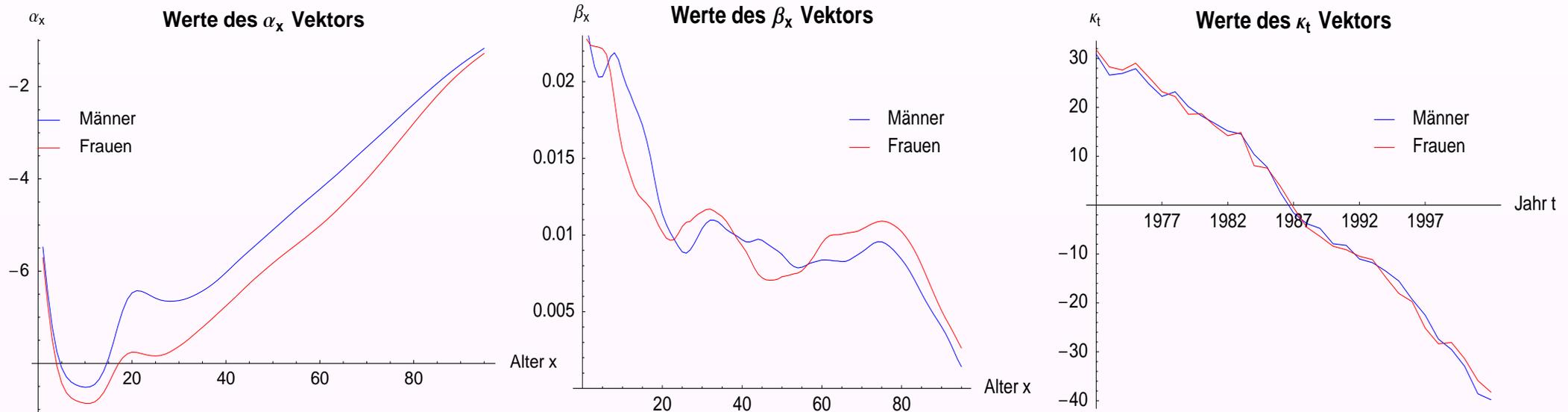
$\varepsilon_x^{(t)}$... normalverteilter Fehlerterm

- Bestimmung der α_x **als Mittelwert** über den Betrachtungszeitraum.
- $Z_x^{(t)} = q_x^{(t)} - \alpha_x$ als Matrix aufgefasst, **Singulärwertzerlegung** ($Z = L \cdot S \cdot R$), deren erster Term genau die Zerlegung in $\beta_x \kappa_t$ liefert. Entspricht "ordinary least-squares" Fit an die Matrix.
- κ_t als **Zeitreihe** angesehen (Random Walk mit Drift), die linear **extrapoliert** werden kann: $\kappa_{2001+n} = \kappa_{2001} + n\Delta\kappa$

Lee-Carter Zerlegung

- Lee-Carter Methode vor allem in den USA und in GB standardmäßig.
- Lineare Extrapolation (ARIMA(0,1,0) Zeitreihe) entspricht dem Modell der AVÖ 1996R und der DAV 2004-R für Jahr J :

$$\hat{q}_x^{(J)} = \exp(\alpha_x + \beta_x \kappa_t) = \exp(\alpha_x + \beta_x \kappa_{2001} + \beta_x \Delta \kappa \{J - 2001\})$$
$$= q_x^{(2001)} \exp(\lambda_x \{J - 2001\})$$



Prämien von Renten mit Garantizeit

Garantizeit: 15 Jahre, Bezug ab 60 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
60	1945	60	19918.6	18187.8	20325.3	20854.2	9.52%
50	1955	60	1765.43	1576.86	1808.93	1858.31	11.96%
40	1965	60	782.808	686.887	807.343	830.071	13.96%
30	1975	60	457.948	396.371	476.264	489.532	15.54%
20	1985	60	298.62	255.929	313.604	321.773	16.68%

Frauen:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
60	1945	60	21274.	20185.5	21909.7	21968.2	5.39%
50	1955	60	1876.86	1759.17	1939.86	1933.6	6.69%
40	1965	60	829.283	770.968	862.021	853.468	7.56%
30	1975	60	483.642	447.494	506.407	497.662	8.08%
20	1985	60	314.501	290.413	332.079	323.789	8.29%

Prämien von Renten mit Garantzeit II

Garantiezeit: 15 Jahre, Bezug ab 65 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
65	1940	65	17744.7	16317.	18147.9	18675.2	8.75%
55	1950	65	1577.41	1411.6	1619.91	1669.86	11.75%
45	1960	65	701.368	613.034	725.262	748.683	14.41%
35	1970	65	411.395	352.661	429.362	443.488	16.65%
25	1980	65	268.984	227.128	283.867	292.927	18.43%

Frauen:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
65	1940	65	18995.4	18044.	19711.3	19717.6	5.27%
55	1950	65	1684.82	1573.74	1753.51	1743.96	7.06%
45	1960	65	747.851	690.124	782.694	773.127	8.36%
35	1970	65	437.842	400.84	461.813	452.569	9.23%
25	1980	65	285.67	260.38	304.153	295.474	9.71%

Prämien von Renten mit Garantzeit III

Garantzeit: 20 Jahre, Bezug ab 60 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
60	1945	60	20399.6	18934.7	20785.	21272.	7.74%
50	1955	60	1797.56	1636.36	1839.46	1885.52	9.85%
40	1965	60	793.686	710.718	817.508	838.965	11.67%
30	1975	60	462.888	409.013	480.738	493.373	13.17%
20	1985	60	301.168	263.432	315.803	323.625	14.33%

Frauen:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
60	1945	60	21536.8	20549.7	22177.	22159.6	4.8%
50	1955	60	1893.99	1786.57	1957.55	1945.68	6.01%
40	1965	60	834.96	781.336	867.905	857.295	6.86%
30	1975	60	486.171	452.692	508.996	499.268	7.4%
20	1985	60	315.783	293.328	333.353	324.542	7.66%

Prämien von Renten mit Garantzeit IV

Garantzeit: 20 Jahre, Bezug ab 65 Jahren, 2.75% Zins, Rückgewähr während Aufschubzeit

Männer:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
65	1940	65	18543.4	17498.1	18917.2	19386.4	5.97%
55	1950	65	1631.66	1506.98	1672.08	1717.6	8.27%
45	1960	65	719.981	651.712	742.949	764.719	10.48%
35	1970	65	419.94	373.425	437.278	450.6	12.46%
25	1980	65	273.432	239.602	287.82	296.445	14.12%

Frauen:

Alter	Gen.	Bezug	AVÖ 2005R	AVÖ 1996R	DAV 2004	ERM99	Diff.'96->'05
65	1940	65	19484.7	18716.9	20176.6	20081.5	4.1%
55	1950	65	1716.91	1625.43	1784.41	1767.09	5.63%
45	1960	65	758.525	710.09	792.981	780.502	6.82%
35	1970	65	442.608	411.051	466.34	455.676	7.68%
25	1980	65	288.089	266.219	306.377	296.936	8.21%